

## **Сборник задач направленных на формирование функциональной грамотности у младших школьников на уроках математики.**

Данное пособие способствует формированию функциональной грамотности на уроках математики через решение нестандартных задач; решение задач, которые требуют приближенных методов вычисления, комбинаторных задач, которые выступают необходимым условием успешной и продуктивной деятельности современного учителя начальных классов, определяют характер её подходов к решению актуальных проблем, поставленных ФГОС НОО. Данные материалы помогут в организации олимпиад, а также обеспечат подготовку детей на уроках математики к ВПР и могут быть использованы учителями начальной школы, методистами и преподавателями педагогических колледжей и институтов.

функциональная грамотность есть атомарный уровень знаний, умений и навыков, обеспечивающий нормальное функционирование личности в системе социальных отношений, который считается минимально необходимым для осуществления жизнедеятельности личности в конкретной культурной среде.

Функционально грамотная личность – это человек, ориентирующийся в мире и действующий в соответствии с общественными ценностями,

ожиданиями и интересами.

Основные признаки функционально грамотной личности: это человек самостоятельный, познающий и умеющий жить среди людей, обладающий определёнными качествами, ключевыми компетенциями.

Одной из оставляющей функциональной грамотности – это математическая грамотность учащихся. Математическая грамотность – это способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живёт, высказывать обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину.

Учащиеся, овладевшие математической грамотностью, способны:

- распознавать проблемы, которые возникают в окружающей действительности и могут быть решены средствами математики;
- формулировать эти проблемы на языке математики;
- решать проблемы, используя математические факты и методы;
- анализировать использованные методы решения;
- интерпретировать полученные результаты с учетом поставленной проблемы;
- формулировать и записывать результаты решения.

Развитие логического мышления школьников основывается на решении нестандартных задач на уроках математики, которые требуют повышенного внимания к анализу условия и построения цепочки взаимосвязанных логических рассуждений. Они позволяют рассматривать объект с разных точек зрения, учат анализу, синтезу, оценочным суждениям, воспитывают внимание, способствуют развитию познавательного интереса и активности учащихся. Занимательный материал по внеурочным занятиям по математике помогает активизировать мыслительные процессы, развивает познавательную активность, наблюдательность, внимание, память, поддерживает интерес к предмету. Задания предполагают повысить у учащихся мотивацию к изучению предмета, развить аналитико-синтетические способности, сообразительность, математическую речь, гибкость ума.

Предмет «Математика» играет важную роль в развитии функционально грамотной личности в начальной школе. Его содержание направлено на формирование функциональной грамотности и основных компетенций. Математика является для младших школьников основой всего учебного процесса, средством развития логического мышления обучающихся, воображения, интеллектуальных и творческих способностей, основным каналом социализации личности.

Таким образом, функционально грамотная личность – это человек, ориентирующийся в мире и действующий в соответствии с общественными ценностями, ожиданиями и интересами. И задача современного образования – такую личность воспитать.

Все задачи по развитию *функциональной грамотности* можно разбить на разделы:

- Прикидки и оценки
- Чтение текста
- Логическая грамотность
- Незнакомый контекст
- Работа с графическими представлениями информации
- Экономика
- Геометрия
- Урезанная средняя

### 1. Прикидки и оценки

Эти задания связаны с формированием чувства числа, пониманием порядка величин. Очень важно на практических задачах развивать чувство числа, что необходимо и при проверке ответа.

Задачи на прикидки и оценки встречаются и в ЕГЭ, и в ОГЭ, и в ВПР. Они включены в эти экзаменационные работы по причине того, что умение примерно оценивать значения величин необходимо человеку в повседневной жизни. Умение прикидывать часто не менее важно, чем умение получать точный ответ. Оно позволяет находить ошибки, принимать решения о покупке/не покупке, определять достоверность данных.

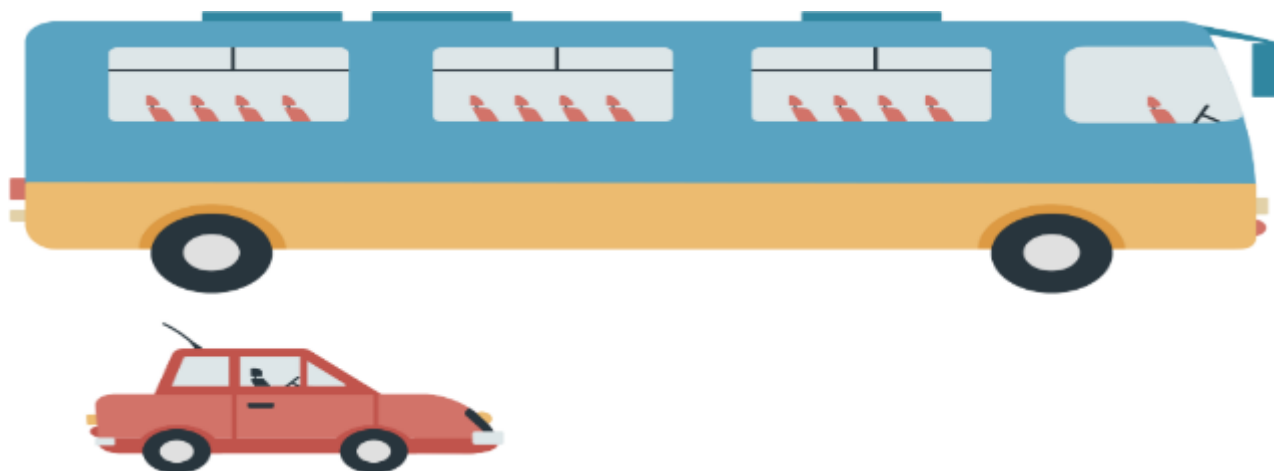
**Задача 1.** Показания счётчика электроэнергии 1 января составляли 32768 киловатт-часов, а 1 февраля — 32864 киловатт-часов. По текущему тарифу стоимость 1 киловатт-часа электроэнергии составляет 3 рубля 50 копеек. Сколько нужно заплатить за электроэнергию за январь?

Одна из распространённых ошибок при решении задачи про электроэнергию — просто умножить показания января на цену электроэнергии. Школьники получают при этом величину, превосходящую сто тысяч рублей, но не могут поймать себя на ошибке, так как не чувствуют величину этого числа. Важно привить школьникам умение анализировать полученный в задаче ответ с точки зрения здравого смысла.

**Задача 2.** Установите соответствие между величинами и их возможными значениями. К каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

Для её решения не нужно заучивать точные значения подобных величин. Достаточно привыкать к чувству порядка величины, изучая математику, физику, другие предметы.

**Задача 3.** На рисунке изображены автобус и автомобиль. Длина автомобиля равна 4,2 м. Какова примерная длина автобуса? Ответ дайте в сантиметрах.



В приведённой задаче верный ответ не единственный, можно указать любое значение, принадлежащее отрезку от 800 см до 1200 см.

Часто это сбивает ребят, они не понимают, как решать такую задачу. Необходимо подчеркнуть, что в задаче просят оценить именно примерную длину, искать точное значение не требуется. Также важно обратить внимание школьников на единицы измерения, в которых необходимо дать ответ: длина автомобиля дана в метрах, а ответ нужно указать в сантиметрах.

Величины	Значения
Рост жирафа	6400 км

Толщина лезвия бритвы	500 см
Радиус Земли	0,08 мм
Ширина футбольного поля	68 м

## 2. Чтение текста

Один из первых и самых ключевых навыков функциональной грамотности в математике — чтение сложных текстов, из которых не всегда очевидно, что именно требуется в задаче. К сожалению, этой теме уделяется мало внимания, особенно в старших классах. Статистика проведения ЕГЭ говорит о том, что даже в очень простых задачах школьники допускают обидные ошибки, неправильно читая условия задач и находя ответ не на тот вопрос, который предлагался в задаче. Например, в задаче на поиск меньшего корня квадратного уравнения школьники невнимательно читают условие и записывают в ответ значение большего корня. В 5-м и 6-м классах важно научить детей гибкому чтению на уроках математики.

Важным признаком того, что условие прочитано неверно, может служить очень сложное решение или «некрасивый» ответ в задаче.

Обсудим задачу-шутку, которая хорошо иллюстрирует, как важно внимательно читать условие.

**Задача 1.** Представьте, что вы капитан круизного лайнера, на котором путешествуют 500 пассажиров. Этот лайнер плывёт со скоростью 20 узлов в час (один узел равен 1,852 км/ч), предполагаемое время путешествия 7 дней. Сколько лет капитану корабля?

Как правило, человек, решающий эту задачу, сразу переходит к анализу чисел и пропускает первую фразу. А именно она помогает ответить на вопрос задачи: решающему достаточно указать свой возраст.

Рассмотрим ещё один пример задачи, требующей вдумчивого чтения условия.

**Задача 2.** Братья Андрей и Миша Ивановы играют в игру. Андрей загадывает число  $n$ , имеющее ровно 7 простых делителей. Миша придумывает гладкое пятимерное многообразие, описываемое формулой степени не более чем  $n^2$ . Андрей указывает 5 точек на этом многообразии и объявляет длины не более чем 7 отрезков, соединяющих эти точки в пространстве  $R^{25}$ . Если выбранные точки вместе с указанными Андреем отрезками образуют жёсткую структуру второго порядка, то побеждает Миша. В противном случае мальчики меняются местами: Андрей придумывает другое гладкое многообразие, проходящее через эти 5 точек, и Миша указывает 5 точек на нём. Игра продолжается, пока либо у кого-то из мальчиков не получилась жёсткая структура, либо не прошло 1003 хода — в этом случае побеждает Миша. В зависимости от  $n$  назовите фамилию победителя при правильной игре.

Задача отпугивает своим громоздким условием и сложными терминами, но на самом деле для решения задачи не требуется знаний топологии. Чтобы дать верный ответ на задачу, достаточно прочитать только первое и последнее предложения из условия.

## 3. Логическая грамотность

Школьникам, которые никогда не будут использовать математику в работе, всё равно придётся принимать в жизни решения, которые будут основаны на анализе сложившейся ситуации, на анализе входных данных. Эти данные могут быть текстом договора, надписью на информационном щите, инструкцией к электроприбору и так далее.

В этом блоке собраны примеры заданий, с помощью которых школьники смогут научиться отвечать на вопрос «следует ли из этой информации тот или иной вывод?».

В ОГЭ, ЕГЭ и PISA есть задачи такого характера. Вот задача из открытых источников PISA.

**Задача 1.** Люди, проживающие в многоквартирном доме, решили выкупить этот дом. Они вместе хотят собрать деньги таким образом, чтобы каждый из них заплатил сумму, пропорциональную площади его квартиры. Например, мужчина, проживающий в квартире, которая занимает  $1/5$  площади всех квартир, должен будет заплатить  $1/5$  от всей стоимости здания. Выберите все верные утверждения.

**А.** Человек, проживающий в самой большой квартире, заплатит больше денег за каждый квадратный метр своей квартиры, чем человек из самой маленькой квартиры.

- В.** Зная площадь двух квартир и цену одной из них, мы можем вычислить цену второй.
- С.** Зная цену здания и сумму, которую заплатит каждый владелец, мы можем вычислить общую площадь всех квартир.
- Д.** Если бы общая стоимость здания была снижена на 10%, каждый из владельцев заплатил бы на 10% меньше.
- В этой задаче верны утверждения В и D, а утверждения А и С неверны.

### Компетентностные задачи по математике.

Компетентностный подход в образовании требует от учеников умения решать проблемы разной сложности, основываясь на имеющихся знаниях. Этот подход ценит не сами знания, а способность использовать их. Компетентностный подход в школе помогает научиться ученикам самостоятельно действовать в ситуациях неопределенности в решении актуальных проблем.

Для реализации компетентностного подхода в обучении необходимо:

- регулярно задавать ученикам вопросы: «Где в жизни вам пригодятся эти знания и умения?»;
- систематически включать в урок компетентностные задачи или задания на применение предметных знаний для решения практической задачи, а также задачи на ориентацию в жизненной ситуации.

### Задача № 1

На прямоугольном участке длиной 40м и шириной 30м посадили свёклу. С каждых 100 собрали по 4 ц свёклы. Весь урожай разложили в мешки по 16 кг в каждый. Сколько мешков для этого потребовалось?

**Решение:**

1.  $40 \cdot 30 = 1200$  (м<sup>2</sup>) - площадь участка.
  2.  $1200 : 100 = 12$  (шт) – количество участков, с которых собирали по 4 ц.
  - 3)  $4 \cdot 12 = 48$  (ц) - собрали со всего участка.
  - 4)  $48 : 16 = 3$  (м) - потребовалось для 48ц.
- Ответ: 3 мешка.

### Задача № 2

Парикмахер за день постриг 5 человек, затратив на каждого по 30 мин, и трём женщинам он сделал праздничную причёску, затратив на каждую по 1ч 15 мин, ещё 30 мин у него ушло на обеденный перерыв. Сколько времени показывали часы, когда парикмахер освободился. Если его рабочий день начался в 8ч 30 мин?

**Решение:**

1.  $30 \cdot 5 = 150$  (мин) – ушло на 5 стрижек.
  2.  $150 \text{ мин} = 2 \text{ ч } 30 \text{ мин}$
  3.  $1 \text{ ч } 15 \text{ мин} \cdot 3 = 3 \text{ ч } 45 \text{ мин}$  – ушло на 3 праздничных причёски.
  4.  $2 \text{ ч } 30 \text{ мин} + 3 \text{ ч } 45 \text{ мин} + 30 \text{ мин} = 6 \text{ ч } 45 \text{ мин}$  – парикмахер был на работе.
  5.  $8 \text{ ч } 30 \text{ мин} + 6 \text{ ч } 45 \text{ мин} = 15 \text{ ч } 15 \text{ мин}$  – показывали часы, когда парикмахер освободился.
- Ответ: 15ч 15 мин

### Задача № 3

Для каждого ученика класса купили учебник по математике и учебник по русскому языку. Учебник по математике стоил 450р., а учебник по русскому языку – 550 р. За всю покупку заплатили 28000р. Сколько стоили все учебники по математике и все учебники по русскому языку?

**Решение:**

1.  $450 + 550 = 1000$  (р.) - цена 1 комплекта.
2.  $28000 : 1000 = 28$  (шт) - количество комплектов.
3.  $450 \cdot 28 = 12600$  (р.) – стоимость учебников по математике.
4.  $28000 - 12600 = 15400$  (р.) – стоимость учебников по русскому языку.

#### Задача № 4

В магазине «Кулинария» в холодильник загрузили 6 коробок с пирожными по 8 пирожных в каждой коробке и столько же коробок по 5 пирожных в каждой. Сколько пирожных осталось, если было продано 52 пирожных.

**Решение:**

1.  $8 \cdot 6 = 48$  (шт.) - в больших коробках.
2.  $5 \cdot 6 = 30$  (шт.) - в меньших коробках.
3.  $48 + 30 = 78$  (шт.) - всего.
4.  $78 - 52 = 26$  (шт.) - осталось.

Ответ: 26 штук.

#### Задача № 5

В кинотеатре 4 зала: 2 зала по 120 мест и 2 зала по 150 мест. После начала сеанса в кассе осталось 22 билета. Сколько билетов было продано?

**Решение:**

1.  $120 \cdot 2 = 240$  (м.) - в двух меньших залах.
2.  $150 \cdot 2 = 300$  (м.) - в двух больших залах.
3.  $240 + 300 = 540$  (м.) - всего.
4.  $540 - 22 = 518$  (б.) - продано.

Ответ: 518 билетов.

#### Задача № 6

Друзья решили сделать подарок Наташе ко дню рождения. Для этого они собрали деньги: пять из них дали по 70р, а остальные трое – по 90 р. Этих денег как раз хватило, чтобы купить куклу за 430 р. и букет цветов. Сколько стоит букет цветов?

**Решение:**

1.  $70 \cdot 5 + 90 \cdot 3 = 620$  (р) – собрали всего.
2.  $620 - 430 = 190$  (р) – стоит букет.

Ответ: 190 рублей.

#### Задача № 7

В зале 65 мест в партере, 10 лож в амфитеатре по 6 мест каждая и ещё 100 мест в бельэтаже. На спектакль пришли 192 человека. Сколько мест осталось свободными?

**Решение:**

1.  $6 \cdot 10 = 60$  (м.) – в 10 ложах.
2.  $60 + 65 + 100 = 225$  (м.) – всего.
3.  $225 - 192 = 33$  (м.) – осталось.

Ответ: 33 места.

### Нестандартные задачи.

Задачи, которые мы будем рассматривать, являются нестандартными, решение которых связано с умением правильно делать выводы. На материале рассматриваемых задач ребенок должен понять смысл рассуждения, когда происходит совмещение признаков, указанных в разных суждениях, на одном предмете. Как правило, после успешного решения подобных задач дети уверенно справляются с подобными задачами.

1. В 9-этажном доме есть лифт. На первом этаже живет 2 человека, на втором 4 человека, на третьем 8 человек, на четвертом 16, на пятом 32 и так далее. Какая кнопка в лифте этого дома нажимается чаще других?

Кнопка первого этажа.

2. На дереве сидели 7 воробьев, одного из них съела кошка. Сколько воробьев осталось на дереве?

Ни одного: оставшиеся в живых воробьи разлетелись.

3. К тебе пришли гости, а в холодильнике бутылка лимонада, пакет с яблочным соком и бутылка минеральной воды. Что ты откроешь в первую очередь?

Холодильник.

4. Сколько концов у трех палок? У четырех с половиной? у двух с четвертью?

У трех – 6, у четырех с половиной – 10, у двух с четвертью – 6.

5. В светильнике было 20 лампочек, 5 из них перегорели. Сколько лампочек осталось? Двадцать лампочек (15 работающих и 5 перегоревших).

6. Папа на рыбалке за 10 минут поймал 3-х рыбок. За какое время он поймает еще 10 рыбок?

Задача не имеет однозначного ответа.

7. На подносе лежали 9 булочек. 9 девочек взяли по булочке. Но на подносе осталась одна булочка. Как такое получилось?

Последняя девочка взяла булочку вместе с подносом.

8. Васе 5 лет. А Ане 9 лет. Какая разница в возрасте будет между ними через три года? Четыре года (разница с возрастом не меняется).

9. Из леса Миша принес бабушке для грибного супа 2 белых гриба, 3 подосиновика, 4 мухомора и 5 сыроежек. Сколько грибов пригодится бабушке на суп?

10 грибов, мухомор – несъедобный гриб.

10. В подъезд одновременно зашли два человека. У одного квартира на 3-м этаже, у другого – на 9-м. Во сколько раз первый доедет быстрее 2-го?

В 4 раза, т.к. 1-му надо преодолеть 2 промежутка между этажами, а 2-му – 8.

11. Верблюд в течение часа выдерживает ношу в 10 пудов. В течение какого времени он выдержит ношу в 1000 пудов?

Никакого. Верблюд не выдержит такой вес

12. Собрались как-то ребята на пикнике, всего 6 человек. Смотрят, а вместо 6 яблок они взяли 5. Как разделить яблоки поровну между всеми, чтоб никому не было обидно? Ни резать, ни ломать их нельзя.

Нужно сварить из яблок компот.

13. Врач прописал больному три таблетки и велел принимать их через каждые полчаса. Сколько времени уйдет на прием таблеток?

На первый взгляд может показаться, что человек выпьет последнюю таблетку через полтора часа, ведь это именно три раза по полчаса. На самом же деле он выпьет последнюю таблетку не через полтора часа, а через час. Человек сразу же выпивает первую таблетку. Проходит полчаса. Он выпивает вторую таблетку. Проходит ещё полчаса. Он выпивает третью таблетку. Стало быть, человек выпьет последнюю таблетку через час после начала лечения

14. На руках десять пальцев. Сколько пальцев на десяти руках?

Пятьдесят.

15. Как разделить пять яблок между пятью людьми таким образом, чтобы одно яблоко осталось лежать в корзине? (Задача-шутка)

Один из пяти человек должен забрать свое яблоко вместе с корзиной. Эффект этой не очень серьезной задачи основан на двусмысленности выражения «яблоко осталось лежать в корзине». Ведь его можно понимать и в том смысле, что оно никому не досталось, и в том, что оно просто не покидало место своего первоначального пребывания, а это совершенно разные вещи. 22. Как число 66 увеличить в полтора раза, не производя над ним никаких арифметических действий?

Число 66 надо всего лишь перевернуть «вверх ногами». Получится 99, а это и есть 66, увеличенное в полтора раза.

16. В пруду растет один лист лилии. Каждый день число листьев удваивается. На какой день пруд будет покрыт листьями лилии наполовину, если известно, что полностью он будет покрыт ими через 100 дней?

Пруд будет покрыт листьями лилии наполовину на 99-й день. По условию число листьев каждый день удваивается, и если на 99-й день пруд покрыт листьями наполовину, то на следующий день и вторая половина пруда будет покрыта листьями лилии, т.е. полностью пруд покроется ими через 100 дней.

17. Если три дня назад был день, предшествующий понедельнику, то какой день будет послезавтра?

Перед понедельником было воскресенье. Если три дня назад было воскресенье, то сегодня — среда. Если сегодня — среда, значит, послезавтра будет пятница

18. Сколько у вас было всего прапрадедушек и прапрабабушек?

У каждого человека 2 родителя, 4 бабушки и дедушки, 8 прабабушек и прадедушек.

#### Задачи повышенной трудности, логические и комбинаторные задачи.

##### Задача №1.

Если Лена купит Зальбома, то у неё останется 40 рублей. А если бы она захотела купить 5 альбомов, ей не хватило бы 200 рублей. Сколько денег у Лены?

##### Решение.

- $5 - 3 = 2$ (альб.) – разница.
- $40 + 200 = 240$ (руб)- стоят 2 альбома.
- $240 : 2 = 120$ (руб)- стоит 1 альбом.
- $120 * 3 + 40 = 400$ (руб)-было у Лены

Ответ: 400 рублей.

##### Задача №2.

Витя, Коля, Саша и Дима играли с мячами синим, зелёным, жёлтым и красным. Каким из мячей играл каждый из них, если мяч Вити не синий, у Коли не синий и не красный, а у Саши желтый мяч?

##### Решение.

	Витя	Коля	Саша	Дима
Синий	-	-		
Зеленый				
Желтый			+	
Красный		-		

Синий может быть только у Димы.

	Витя	Коля	Саша	Дима
Синий	-	-		+
Зеленый				
Желтый			+	
Красный		-		

Ответ: Красный только у Вити, Коле остался зеленый.

### Задача №3.

Если к Колиным деньгам добавить ещё половину его денег и ещё 30 рублей, он сможет купить диск с игрой и машинку. Сколько денег у Коли, если игра стоит 200 рублей или 2 машинки.

**Решение.**

1.  $200:2=100$ (руб)- стоит машинка.
2.  $200+100=300$ (руб) - стоит машинка и диск.
3.  $300-30=270$ (руб)- деньги, которые были у Коли и половина его денег.
4.  $2+1=3$ (мерки)- составляют деньги Коли и половина его денег.
5.  $270:3=90$ (руб)- в одной мерке
6.  $90*2=180$ (руб)- было у Коли

Ответ: 180 рублей.

### Задача №4.

В сказочной стране у волшебных человечков по 3 руки. Двадцать человечков построились в шеренгу, и каждый взял соседа за руку. Сколько рук осталось свободными?

**Решение.** У каждого человечка 2 руки заняты, а одна свободна. У крайних человечков свободны ещё по 1 руке.

Ответ: 22 руки

### Задача №5.

10 жуков построились в шеренгу, каждый взял за лапку каждого из своих соседей. Сколько всего лапок оказались свободными?

**Решение.**

У каждого жука 2 лапки заняты, а остальные 4 свободны, ещё 2 крайние лапы

Ответ: 42 лапы.

### Задача №6.

Лена начертила 20 фигур: треугольников и квадратов. Всего она провела 72 отрезка. Сколько квадратов она начертила?

**Решение.** Если бы все 20 фигур были треугольниками, то отрезков бы было 60. Остается 12 отрезков, добавив которые к треугольникам, получим 12 квадратов

Ответ: 12 квадратов.

### Задача №7.

Два друга живут в одном доме. До школы ведут две дороги: синяя и красная. Коля любит ходить по синей дороге, а Саша по красной. Кто быстрее дойдет до школы, если идти будут с одинаковой скоростью?